Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2014/2015
Abschlussprüfung: Mathe für W2
Datum: 12.12.2014
Dauer: 90 Minuten
Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Wir haben die Funktion $f(x,y)=x^2+(y+3)^2 \quad D_f=\mathbb{R}^2$.

a) Bestimmen Sie sämtliche Hoch- und Tiefpunkte *(8 Punkte)*.

b) Zeichnen Sie für die Funktion $f(x,y)=x^2+y \quad D_f=\mathbb{R}^2$ die Niveaulinien zu den Niveaus $\bar{z}=0$ und $\bar{z}=1$ *(4 Punkte)*.

Aufgabe 2

Über eine Funktion $f(x)=a\cdot x^3+b\cdot x^2+c\cdot x+d \quad D_f=\mathbb{R} \quad a,b,c,d\in\mathbb{R}$ sind nur die folgenden Informationen bekannt:

- $P_w(1|0)$ ist Wendepunkt.
- $P_{\max}(0|2)$ ist Hochpunkt (lokales, inneres Maximum).

a) Bestimmen Sie die Funktion, indem Sie a,b,c und d bestimmen *(6 Punkte)*.

b) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich $-1\le x\le 3$ (Hinweis: $P_{\min}(2|-2)$) *(3 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie die Tangentengleichung an der Stelle $x_0=1$ *(3 Punkte)*.

Aufgabe 3

a) Kreuzen Sie jeweils mit „Ja“ oder „Nein“ an, ob die Aussagen stimmen oder nicht stimmen.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimum für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage	**Ja**	**Nein**
Für zwei dreizeilige quadratische Matrizen gilt $\det(A\cdot B)=\det A\cdot\det B$.		
Die quadratische Matrix A hat nur dann eine Inverse A^{-1}, wenn $\det A=0$.		
Die Determinante einer dreizeiligen quadratischen Matrix kann man nur mit dem Entwicklungssatz von Laplace bestimmen.		
$A+B$ ist nur möglich, wenn Zeilenanzahl von A = Spaltenanzahl von B		
Falls A^{-1} existiert, gilt immer $\left(A^{-1}\right)^T=\left(A^T\right)^{-1}$.		
Falls $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ eine Inverse hat, ist diese $A^{-1}=\frac{1}{a\cdot d-c\cdot b}\cdot\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.		
Für die Einheitsmatrix E gilt immer $E=E^T$.		
Die Matrix $C=A\cdot B$ hat so viele Spalten wie A und so viele Zeilen wie B.		

(8 Punkte)

b) Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 3\cdot x-7\cdot y&=-16 \\ x+2\cdot y&=12 \end{aligned}$$ *(4 Punkte)*

Aufgabe 4

a) Die Nachfragefunktion für das Gut X ist gegeben durch $x = X^N(p_x) = 10.000 - p_x^2$ $\mathbb{D}_x = \{p_x \in \mathbb{R} | 0 \le p_x \le 100\}$. Der aktuelle Preis ist $p_{x0} = 40€$. Bestimmen Sie die Preiselastizität der Nachfrage. Interpretieren Sie das Ergebnis *(4 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie für die Funktion $f(x) = 1{,}1^x - x$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ mit dem Newton-Verfahren die Nullstelle x_2, wenn $x_0 = 1$ der Startwert ist. Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau *(4 Punkte)*.

c) Wir haben die Funktion $f(x) = \frac{\ln(x^2 - 8)}{x - 3}$ $\mathbb{D}_f = \{x \in \mathbb{R} | x < -3 \vee x > 3\}$. Bestimmen Sie $\lim\limits_{x \to 3+0} f(x)$ mit der Regel von de l'Hôspital *(4 Punkte)*.

Aufgabe 5

Am 4. November 2014 wurden im Raum K4 zu verschiedenen Zeitpunkten jeweils die Raumtemperatur und die Luftfeuchtigkeit gemessen.

Zeitpunkt	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Raumtemperatur	24,0°C	24,2°C	24,5°C	24,8°C	25,3°C	25,3°C
Luftfeuchtigkeit	48%	48%	48%	47%	47%	46%

a) Bestimmen Sie den Modus der Raumtemperatur *(1 Punkt)*.

b) Bestimmen Sie den Median der Raumtemperatur *(1 Punkt)*.

c) Zeigen Sie, welche Art von Korrelation zwischen der Raumtemperatur und der Luftfeuchtigkeit besteht.

Hinweise:

- durchschnittliche Luftfeuchtigkeit: 47,3333%
- Varianz der Luftfeuchtigkeit: 0,5556

Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis *(10 Punkte)*.